

# 数学①「数学Ⅰ」

訂正箇所	22ページ 第4問 (4)
------	---------------

訂正内容	22ページ全体を次のとおり変更する。
------	--------------------

(4) 一般に、度数分布表

階級値	$x_1$	$x_2$	...	$x_k$	計
度数	$f_1$	$f_2$	...	$f_k$	$n$

が与えられていて、各階級に含まれるデータの値がすべてその階級値に等しいと仮定すると、分散  $s^2$  は

$$s^2 = \frac{1}{n} \left\{ (x_1 - \bar{x})^2 f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 f_2 + \cdots + (x_k - \bar{x})^2 f_k \right\}$$

で求めることができる。さらに  $s^2$  は

$$s^2 = \frac{1}{n} \left\{ (x_1^2 f_1 + x_2^2 f_2 + \cdots + x_k^2 f_k) - 2\bar{x} \times \boxed{\text{ケ}} + (\bar{x})^2 \times \boxed{\text{コ}} \right\}$$

と変形できるので

$$s^2 = \frac{1}{n} (x_1^2 f_1 + x_2^2 f_2 + \cdots + x_k^2 f_k) - \boxed{\text{サ}} \cdots \cdots \text{①}$$

である。

$\boxed{\text{ケ}}$  ~  $\boxed{\text{サ}}$  の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① $n$	② $n^2$	③ $\bar{x}$	④ $n\bar{x}$	⑤ $2n\bar{x}$
⑥ $n^2\bar{x}$	⑦ $(\bar{x})^2$	⑧ $n(\bar{x})^2$	⑨ $2n(\bar{x})^2$	⑩ $3n(\bar{x})^2$

(数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

# 数 学 I

(全問必答)

## 第1問 (配点 20)

[1]  $a, b$  を定数とするとき,  $x$  についての不等式

$$|ax - b - 7| < 3 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

を考える。

(1)  $a = -3, b = -2$  とする。①を満たす整数全体の集合を  $P$  とする。この集合  $P$  を, 要素を書き並べて表すと

$$P = \{ \boxed{\text{アイ}}, \boxed{\text{ウエ}} \}$$

となる。ただし,  $\boxed{\text{アイ}}, \boxed{\text{ウエ}}$  の解答の順序は問わない。

(2)  $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$  とする。

(i)  $b = 1$  のとき, ①を満たす整数は全部で  $\boxed{\text{オ}}$  個である。

(ii) ①を満たす整数が全部で  $(\boxed{\text{オ}} + 1)$  個であるような正の整数  $b$  のうち, 最小のものは  $\boxed{\text{カ}}$  である。

(数学 I 第 1 問は 6 ページに続く。)

(下書き用紙)

数学 I の試験問題は次に続く。

## 数学 I

〔2〕 実数  $x$  に関する三つの条件  $p, q, r$  を

$$p: -1 \leq x \leq 5, \quad q: 3 < x < 6, \quad r: x \leq 5$$

とする。

(1) 条件  $p, q$  の否定を、それぞれ  $\bar{p}, \bar{q}$  で表すとき、次が成り立つ。

「 $p$ かつ $q$ 」は、 $r$ であるための 。

「 $\bar{p}$ かつ $q$ 」は、 $r$ であるための 。

「 $p$ または $\bar{q}$ 」は、 $r$ であるための 。

~  の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① 必要条件であるが、十分条件ではない
- ② 十分条件であるが、必要条件ではない
- ③ 必要十分条件である
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

(2) 定数  $a$  を正の実数とし

$$(ax - 2)(x - a - 1) \leq 0$$

を満たす実数  $x$  全体の集合を  $A$  とする。

集合  $A$  は、 $a$  の値を三つの場合に分けて考えると

- $0 < a < \boxed{\text{コ}}$  のとき,  $A = \{x \mid \boxed{\text{サ}} \leq x \leq \boxed{\text{シ}}\}$
- $a = \boxed{\text{コ}}$  のとき,  $A = \{ \boxed{\text{ス}} \}$
- $\boxed{\text{コ}} < a$  のとき,  $A = \{x \mid \boxed{\text{シ}} \leq x \leq \boxed{\text{サ}}\}$

である。

$\boxed{\text{サ}}$ ,  $\boxed{\text{シ}}$  の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- |           |           |                 |                 |        |
|-----------|-----------|-----------------|-----------------|--------|
| ① $a - 1$ | ② $a + 1$ | ③ $\frac{1}{a}$ | ④ $\frac{2}{a}$ | ⑤ $2a$ |
|-----------|-----------|-----------------|-----------------|--------|

集合  $B$  を

$$B = \{x \mid x \text{ は「} p \text{ かつ } q \text{」を満たす実数}\}$$

とするとき,  $A \cap B$  が空集合となる  $a$  の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \leq a \leq \boxed{\text{タ}}$$

である。

# 数学 I

## 第 2 問 (配点 30)

平面上に 2 点 A, B があり,  $AB = 8$  である。直線 AB 上にない点 P をとり,  $\triangle ABP$  をつくり, その外接円の半径を  $R$  とする。

太郎さんは, 図 1 のように, コンピュータソフトを使って点 P をいろいろな位置にとった。

図 1 は, 点 P をいろいろな位置にとったときの  $\triangle ABP$  の外接円をかいたものである。

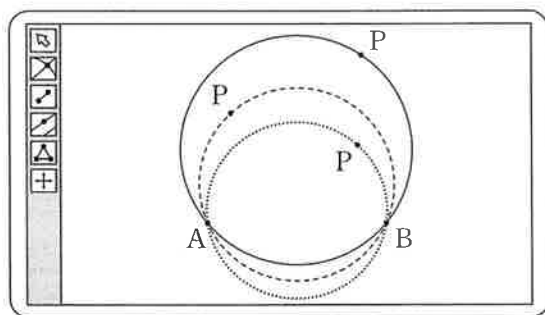


図 1

- (1) 太郎さんは, 点 P のとり方によって外接円の半径が異なることに気づき, 次の問題 1 を考えることにした。

**問題 1** 点 P をいろいろな位置にとるとき, 外接円の半径  $R$  が最小となる  $\triangle ABP$  はどのような三角形か。

正弦定理により,  $2R = \frac{\text{ア}}{\sin \angle APB}$  である。よって,  $R$  が最小となるのは  $\angle APB = \text{イウ}^\circ$  の三角形である。このとき,  $R = \text{エ}$  である。

(数学 I 第 2 問は次ページに続く。)

(2) 太郎さんは、図 2 のように、問題 1 の点 P のとり方に条件を付けて、次の問題 2 を考えた。

**問題 2** 直線 AB に平行な直線を  $l$  とし、直線  $l$  上で点 P をいろいろな位置にとる。このとき、外接円の半径  $R$  が最小となる  $\triangle ABP$  はどのような三角形か。

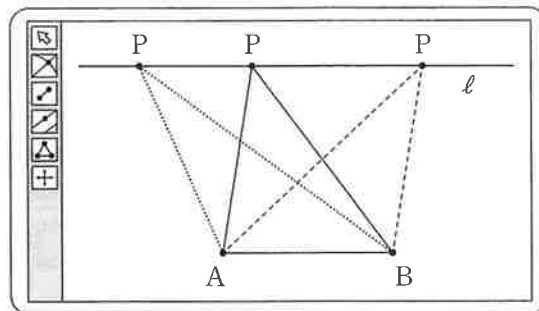


図 2

太郎さんは、この問題を解決するために、次の構想を立てた。

**問題 2 の解決の構想**

問題 1 の考察から、線分 AB を直径とする円を C とし、円 C に着目する。直線  $l$  は、その位置によって、円 C と共有点をもつ場合ともたない場合があるので、それぞれの場合に分けて考える。

直線 AB と直線  $l$  との距離を  $h$  とする。直線  $l$  が円 C と共有点をもつ場合は、 $h \leq$   のときであり、共有点をもたない場合は、 $h >$   のときである。

(数学 I 第 2 問は次ページに続く。)

# 数学 I

(i)  $h \leq$   のとき

直線  $l$  が円  $C$  と共有点をもつので、 $R$  が最小となる  $\triangle ABP$  は、  
 $h <$   のとき  であり、 $h =$   のとき直角二等辺三角形  
 である。

(ii)  $h >$   のとき

線分  $AB$  の垂直二等分線を  $m$  とし、直線  $m$  と直線  $l$  との交点を  $P_1$  とす  
 る。直線  $l$  上にあり点  $P_1$  とは異なる点を  $P_2$  とするとき  $\sin \angle AP_1B$  と  
 $\sin \angle AP_2B$  の大小を考える。

$\triangle ABP_2$  の外接円と直線  $m$  との共有点のうち、直線  $AB$  に関して点  $P_2$  と  
 同じ側にある点を  $P_3$  とすると、 $\angle AP_3B$    $\angle AP_2B$  である。また、  
 $\angle AP_3B < \angle AP_1B < 90^\circ$  より  $\sin \angle AP_3B$    $\sin \angle AP_1B$  である。この  
 とき

( $\triangle ABP_1$  の外接円の半径)  ( $\triangle ABP_2$  の外接円の半径)

であり、 $R$  が最小となる  $\triangle ABP$  は  である。

,  については、最も適当なものを、次の①～④のうちから  
 一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

- |          |            |        |
|----------|------------|--------|
| ① 鈍角三角形  | ② 直角三角形    | ③ 正三角形 |
| ④ 二等辺三角形 | ⑤ 直角二等辺三角形 |        |

~  の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

① <                      ② =                      ③ >

(数学 I 第 2 問は次ページに続く。)



- (3) 問題 2 の考察を振り返って、 $h$  が次の値のとき、 $\triangle ABP$  の外接円の半径  $R$  が最小である場合について考える。ただし、線分  $AB$  の中点  $C$  に対して、 $\angle ACP \leq 90^\circ$  とする。

- (i)  $h = \sqrt{7}$  のとき

$$\tan \angle ACP = \frac{\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}, \quad AP = \boxed{\text{ス}} \sqrt{\boxed{\text{セ}}}$$

$$\cos \angle APC = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}, \quad \cos \angle PCB = \frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

である。

- (ii)  $h = 8$  のとき、 $\sin \angle APB = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$  であり、 $R = \boxed{\text{ニ}}$  である。

# 数学 I

## 第 3 問 (配点 30)

[1]  $y$  は  $x$  の 2 次関数で,  $x^2$  の係数は 1 とする。その 2 次関数のグラフを  $G$  とする。

(1)  $G$  が 2 点  $(2, 0)$ ,  $(0, 3)$  を通るとき,  $G$  の方程式は

$$y = x^2 - \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}x + \boxed{\text{ウ}}$$

である。

(2)  $a$  を実数とする。

$G$  が 2 点  $(2, 0)$ ,  $(0, a)$  を通るとき,  $G$  の頂点を  $(p, q)$  とすると

$$p = \frac{a + \boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}, \quad q = -\frac{(a - \boxed{\text{カ}})^2}{\boxed{\text{キク}}}$$

である。

また,

$$1 \leq p \leq 2 \quad \text{かつ} \quad -\frac{9}{4} \leq q \leq -\frac{1}{4}$$

であるとき,  $a$  のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{ケ}} \leq a \leq \boxed{\text{コ}}$$

である。

(数学 I 第 3 問は 14 ページに続く。)

(下書き用紙)

数学 I の試験問題は次に続く。

## 数学 I

- 〔2〕 花子さんと太郎さんのクラスでは、文化祭でたこ焼き店を出店することになった。二人は1皿あたりの価格をいくらにするかを検討している。次の表は、過去の文化祭でのたこ焼き店の売り上げデータから、1皿あたりの価格と売り上げ数の関係をまとめたものである。

1皿あたりの価格(円)	200	250	300
売り上げ数(皿)	200	150	100

- (1) まず、二人は、上の表から、1皿あたりの価格が50円上がると売り上げ数が50皿減ると考えて、売り上げ数が1皿あたりの価格の1次関数で表されると仮定した。このとき、1皿あたりの価格を $x$ 円とおくと、売り上げ数は

$$\boxed{\text{サシス}} - x \dots\dots\dots \text{①}$$

と表される。

- (2) 次に、二人は、利益の求め方について考えた。

花子：利益は、売り上げ金額から必要な経費を引けば求められるよ。  
太郎：売り上げ金額は、1皿あたりの価格と売り上げ数の積で求まるね。  
花子：必要な経費は、たこ焼き用器具の賃貸料と材料費の合計だね。  
材料費は、売り上げ数と1皿あたりの材料費の積になるね。

(数学 I 第3問は次ページに続く。)

## 数学 I

二人は、次の三つの条件のもとで、1皿あたりの価格  $x$  を用いて利益を表すことにした。

- (条件1) 1皿あたりの価格が  $x$  円のとときの売り上げ数として①を用いる。
- (条件2) 材料は、①により得られる売り上げ数に必要な分量だけ仕入れられる。
- (条件3) 1皿あたりの材料費は160円である。たこ焼き用器具の賃貸料は6000円である。材料費とたこ焼き用器具の賃貸料以外の経費はない。

利益を  $y$  円とおく。 $y$  を  $x$  の式で表すと

$$y = -x^2 + \boxed{\text{セソタ}} x - \boxed{\text{チ}} \times 10000 \dots\dots\dots \text{②}$$

である。

- (3) 太郎さんは利益を最大にしたいと考えた。②を用いて考えると、利益が最大になるのは1皿あたりの価格が  $\boxed{\text{ツテト}}$  円ときであり、そのときの利益は  $\boxed{\text{ナニヌネ}}$  円である。
- (4) 花子さんは、利益を7500円以上となるようにしつつ、できるだけ安い価格で提供したいと考えた。②を用いて考えると、利益が7500円以上となる1皿あたりの価格のうち、最も安い価格は  $\boxed{\text{ノハヒ}}$  円となる。

# 数学 I

## 第 4 問 (配点 20)

総務省が実施している国勢調査では都道府県ごとの総人口が調べられており、その内訳として日本人人口と外国人人口が公表されている。また、外務省では旅券(パスポート)を取得した人数を都道府県ごとに公表している。加えて、文部科学省では都道府県ごとの小学校に在籍する児童数を公表している。

そこで、47 都道府県の、人口 1 万人あたりの外国人人口(以下、外国人数)、人口 1 万人あたりの小学校児童数(以下、小学生数)、また、日本人 1 万人あたりの旅券を取得した人数(以下、旅券取得者数)を、それぞれ計算した。

- (1) 図 1 は、2010 年における 47 都道府県の、外国人数のヒストグラムである。  
なお、ヒストグラムの各階級の区間は、左側の数値を含み、右側の数値を含まない。

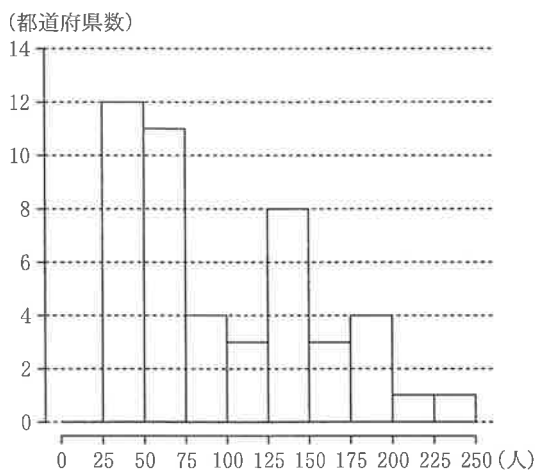


図 1 2010 年における外国人数のヒストグラム

(出典：総務省の Web ページにより作成)

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

## 数学 I

下の二つは図 1 のヒストグラムに関する記述である。ただし、2010 年における 47 都道府県の外国人数の平均値は 96.4 であった。

- 中央値と  は同じ階級に含まれる。
- 第 1 四分位数、 および  は同じ階級に含まれる。

~  の解答群 (, ) については、解答の順序は問わない。

- |                             |                             |                                  |
|-----------------------------|-----------------------------|----------------------------------|
| <input type="radio"/> ① 最小値 | <input type="radio"/> ② 最大値 | <input type="radio"/> ③ 第 3 四分位数 |
| <input type="radio"/> ④ 最頻値 | <input type="radio"/> ⑤ 平均値 |                                  |

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

## 数学 I

- (2) 図2は、2010年における47都道府県の、旅券取得者数(横軸)と小学生数(縦軸)の関係を黒丸で、また、旅券取得者数(横軸)と外国人数(縦軸)の関係を白丸で表した散布図である。

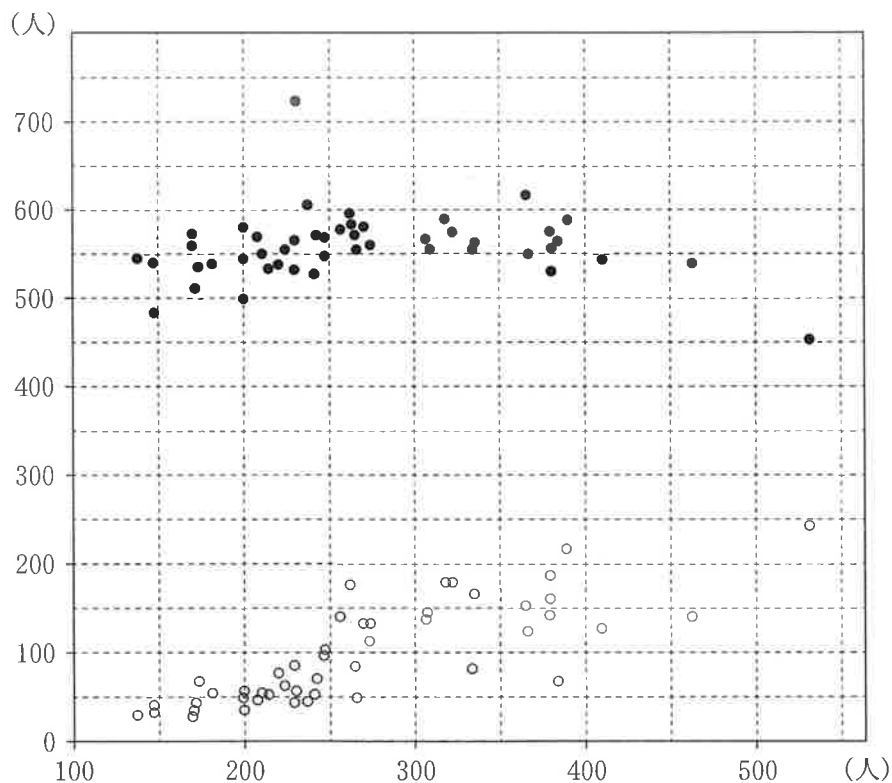


図2 2010年における、旅券取得者数と小学生数の散布図(黒丸)、  
旅券取得者数と外国人数の散布図(白丸)

(出典：外務省、文部科学省および総務省のWebページにより作成)

(数学 I 第4問は次ページに続く。)



次の (I), (II), (III) は図 2 の散布図に関する記述である。

- (I) 小学生数の四分位範囲は，外国人数の四分位範囲より大きい。
- (II) 旅券取得者数の範囲は，外国人数の範囲より大きい。
- (III) 旅券取得者数と小学生数の相関係数は，旅券取得者数と外国人数の相関係数より大きい。

(I), (II), (III) の正誤の組合せとして正しいものは 工 である。

工 の解答群

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(I)	正	正	正	誤	誤	誤	誤
(II)	正	正	誤	誤	正	正	誤
(III)	正	誤	正	誤	正	誤	正

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

## 数学 I

(3) 一般に、度数分布表

階級値	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	...	$x_k$	計
度数	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	...	$f_k$	$n$

が与えられていて、各階級に含まれるデータの値がすべてその階級値に等しいと仮定すると、平均値  $\bar{x}$  は

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1f_1 + x_2f_2 + x_3f_3 + x_4f_4 + \cdots + x_kf_k)$$

で求めることができる。さらに階級の幅が一定で、その値が  $h$  のときは

$$x_2 = x_1 + h, \quad x_3 = x_1 + 2h, \quad x_4 = x_1 + 3h, \quad \cdots, \quad x_k = x_1 + (k-1)h$$

に注意すると

$$\bar{x} = \boxed{\text{オ}}$$

と変形できる。

$\boxed{\text{オ}}$  については、最も適当なものを、次の①～④のうちから一つ選べ。

①  $\frac{x_1}{n}(f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + \cdots + f_k)$

②  $\frac{h}{n}(f_1 + 2f_2 + 3f_3 + 4f_4 + \cdots + kf_k)$

③  $x_1 + \frac{h}{n}(f_2 + f_3 + f_4 + \cdots + f_k)$

④  $x_1 + \frac{h}{n}\{f_2 + 2f_3 + 3f_4 + \cdots + (k-1)f_k\}$

⑤  $\frac{1}{2}(f_1 + f_k)x_1 - \frac{1}{2}(f_1 + kf_k)$

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

図 3 は、2008 年における 47 都道府県の旅券取得者数のヒストグラムである。なお、ヒストグラムの各階級の区間は、左側の数値を含み、右側の数値を含まない。

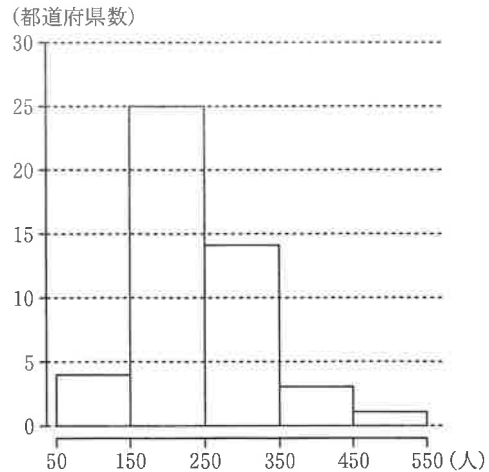


図 3 2008 年における旅券取得者数のヒストグラム

(出典：外務省の Web ページにより作成)

図 3 のヒストグラムに関して、各階級に含まれるデータの値がすべてその階級値に等しいと仮定する。このとき、平均値  $\bar{x}$  は小数第 1 位を四捨五入すると **カキク** である。

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

# 数学 I

(4) 一般に、度数分布表

階級値	$x_1$	$x_2$	...	$x_k$	計
度数	$f_1$	$f_2$	...	$f_k$	$n$

が与えられていて、各階級に含まれるデータの値がすべてその階級値に等しいと仮定すると、分散  $s^2$  は

$$s^2 = \frac{1}{n} \left\{ (x_1 - \bar{x})^2 f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 f_2 + \cdots + (x_k - \bar{x})^2 f_k \right\}$$

で求めることができる。さらに  $s^2$  は

$$s^2 = \frac{1}{n} \left\{ (x_1^2 f_1 + x_2^2 f_2 + \cdots + x_k^2 f_k) - 2\bar{x} \times \boxed{\text{ケ}} + (\bar{x})^2 \times \boxed{\text{コ}} \right\}$$

と変形できるので

$$s^2 = \frac{1}{n} (x_1^2 f_1 + x_2^2 f_2 + \cdots + x_k^2 f_k) - \boxed{\text{サ}} \dots\dots\dots \text{①}$$

である。

$\boxed{\text{ケ}} \sim \boxed{\text{サ}}$  の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

①	$n$	②	$n^2$	③	$\bar{x}$	④	$n\bar{x}$	⑤	$2n\bar{x}$
⑥	$n^2\bar{x}$	⑦	$(\bar{x})^2$	⑧	$n(\bar{x})^2$	⑨	$2n(\bar{x})^2$	⑩	$3n(\bar{x})^2$

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

図 4 は、図 3 を再掲したヒストグラムである。

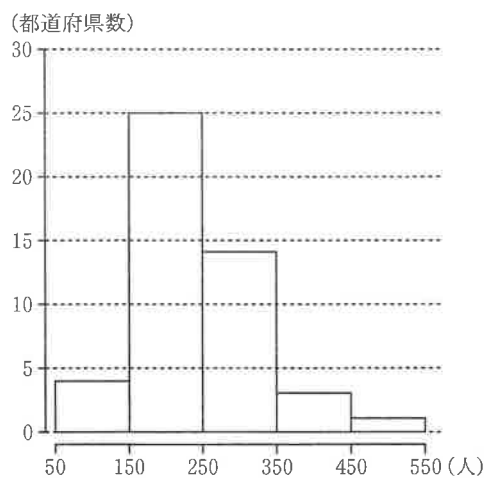


図 4 2008 年における旅券取得者数のヒストグラム

(出典：外務省の Web ページにより作成)

図 4 のヒストグラムに関して、各階級に含まれるデータの値がすべてその階級値に等しいと仮定すると、平均値  $\bar{x}$  は (3) で求めた  である。

の値と式 ① を用いると、分散  $s^2$  は  である。

については、最も近いものを、次の ① ~ ⑦ のうちから一つ選べ。

- |        |        |        |         |
|--------|--------|--------|---------|
| ① 3900 | ② 4900 | ③ 5900 | ④ 6900  |
| ⑤ 7900 | ⑥ 8900 | ⑦ 9900 | ⑧ 10900 |

# 数学 I

(下書き用紙)