

令和3年度

中学校第3学年

数 学

注 意

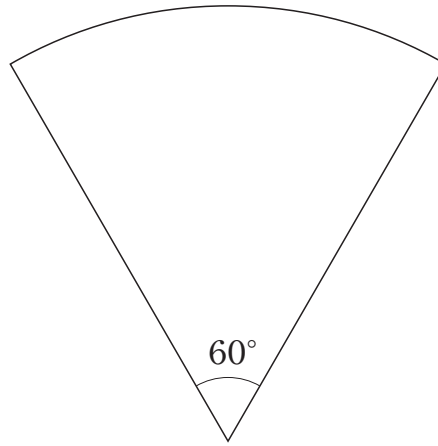
- 1 先生の合図があるまで、冊子を開かないでください。
- 2 調査問題は、1ページから20ページまであります。問題用紙の空いている場所は、下書きや計算などに使用してもかまいません。
- 3 解答は、全て「数学」の解答用紙に記入してください。
- 4 解答は、HB以上の濃さの黒鉛筆(シャープペンシルも可、ボールペンは不可)を使い、濃く、はっきりと書いてください。
- 5 解答を選択肢から選ぶ問題は、解答用紙のマーク欄を黒く塗りつぶしてください。
- 6 解答を記述する問題は、指示された解答欄に記入してください。解答欄からはみ出さないように書いてください。
- 7 解答には、定規やコンパスは使用しません。
- 8 解答用紙の解答欄は、裏にもあります。
- 9 調査時間は、50分間です。
- 10 机の上の「個人番号シール票」をよく見て、解答用紙に、組、出席番号、性別、個人番号を間違いのないように書き、個人番号シールを1枚貼ってください。

問題は、次のページから始まります。

1 $(5x + 6y) - (3x - 2y)$ を計算しなさい。

- 2** ノート 2 冊と 800 円の筆箱 1 個を買ったときの代金と，ノート 4 冊と 500 円のシャープペンシル 1 本を買ったときの代金は等しくなります。
ノート 1 冊の値段を求めるために，ノート 1 冊の値段を x 円として，
方程式をつくりなさい。ただし，つくった方程式を解く必要はありません。

- 3 次の図のような、中心角 60° のおうぎ形があります。このおうぎ形の弧の長さは、同じ半径の円の円周の長さの何倍ですか。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。



- ア $\frac{1}{2}$ 倍 イ $\frac{1}{3}$ 倍 ウ $\frac{1}{4}$ 倍 エ $\frac{1}{5}$ 倍 オ $\frac{1}{6}$ 倍

- 4 長さが1 mの棒を地面に対して垂直に立てたときにできる影の長さについて、ある日の午前8時から1時間おきに、午後4時まで調べました。



次の表は、午前8時から経過した時間とそれに対応する影の長さを表しています。

午前8時から経過した時間と影の長さ

経過した時間(時間)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
影の長さ(cm)	190	124	96	80	79	96	130	193	350

このとき、午前8時から経過した時間と影の長さについて、「経過した時間を決めると、それにもなつて影の長さがただ1つ決まる」という関係があります。

下線部を、次のように表すとき、 と に当てはまる言葉を書きなさい。

は の関数である。

- 5 下の記録は、ある中学校の男子生徒10人が反復横とびを20秒間行ったときの結果を、回数の少ない方から順に並べたものです。

記録

43	46	46	52	53	55	56	56	56	57
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

(単位：回)

反復横とびの記録の中央値を求めなさい。

問題は、次のページに続きます。

6 自然数を5つずつに区切った表があります。この表で、縦に2つ、横に2つの数が入る四角で4つの数を囲みます。例えば、右の図1のように四角で4つの数を囲むとき、左上の数は3、右上の数は4、左下の数は8、右下の数は9になります。

図1

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15

優太さんと真菜さんは、右の図2のように、4つの数を囲んで、それら4つの数の和がどんな数になるかを調べています。

図2

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35

$$\begin{array}{ll}
 1, 2, 6, 7 \text{ のとき} & 1 + 2 + 6 + 7 = 16 = 4 \times 4 \\
 9, 10, 14, 15 \text{ のとき} & 9 + 10 + 14 + 15 = 48 = 4 \times 12 \\
 22, 23, 27, 28 \text{ のとき} & 22 + 23 + 27 + 28 = 100 = 4 \times 25
 \end{array}$$

優太さんは、これらの結果から、四角で4つの数を囲むとき、4つの数の和はいつでも4の倍数になると予想しました。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 四角で囲んだ4つの数が12, 13, 17, 18のとき、4つの数の和は4の倍数になることが成り立つかどうかを下のように確かめます。下の に当てはまる式を書きなさい。

$$12, 13, 17, 18 \text{ のとき} \quad 12 + 13 + 17 + 18 = 60 = \text{ }$$

- (2) 二人は、四角で4つの数を囲むとき、4つの数の和はいつでも4の倍数になることが成り立つかどうかについて話し合っています。

優太さん「左上の数が1のとき、左下の数が6になっているね。四角で4つの数を囲むとき、左上の数に5をたすと左下の数になっているよ。」

真菜さん「そうなるのは、自然数を5つずつで区切っているからだね。」

優太さん「左上の数を n とすると、左下の数は $n + 5$ と表すことができるね。」

真菜さん「右上の数と右下の数も n を使って表して、4つの数の和について調べてみよう。」

「四角で4つの数を囲むとき、4つの数の和はいつでも4の倍数になる」という優太さんの予想が成り立つことの説明を完成しなさい。

説明

n を自然数として、四角で囲んだ4つの数のうち、左上の数を n とすると、右上の数は $n + 1$ 、左下の数は $n + 5$ 、右下の数は $n + 6$ と表される。これら4つの数の和は、

$$n + (n + 1) + (n + 5) + (n + 6)$$

=

(3) 二人は、自然数を6つずつに区切った表でも、四角で4つの数を囲むとき、4つの数の和が4の倍数になるかを考えることにしました。そこで、次の図3のような表をつくり、四角で囲んだ4つの数の和について調べました。

図3

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30

$$\begin{array}{l}
 1, \quad 2, \quad 7, \quad 8 \text{ のとき} \quad 1 + 2 + 7 + 8 = 18 = 2 \times 9 \\
 17, \quad 18, \quad 23, \quad 24 \text{ のとき} \quad 17 + 18 + 23 + 24 = 82 = 2 \times 41
 \end{array}$$

これらの結果から、図3のときは四角で囲んだ4つの数の和が、4の倍数にならないことがわかります。そこで、真菜さんは、四角で4つの数を囲むとき、4つの数の和がどんな数になるかを調べるために、左上の数を n として、右上の数を $n + 1$ 、左下の数を $n + 6$ 、右下の数を $n + 7$ と表し、次のように計算しました。

真菜さんの計算

$$\begin{aligned}
 & n + (n + 1) + (n + 6) + (n + 7) \\
 &= n + n + 1 + n + 6 + n + 7 \\
 &= 4n + 14 \\
 &= 2(2n + 7)
 \end{aligned}$$

n	$n + 1$
$n + 6$	$n + 7$

前ページの真菜さんの計算から，四角で囲んだ4つの数の和は， $2(2n+7)$ になるので2の倍数になることがわかります。このことについて，二人は話し合っています。

真菜さん「自然数を6つずつに区切って表をつくったときは，
4つの数の和が $2n+7$ の2倍になることがわかる
ね。」

優太さん「 $2n+7$ はどんな数なのかな。」

$2(2n+7)$ の $2n+7$ は， $n+(n+7)$ と変形することができます。このことから，四角で4つの数を囲むとき，4つの数の和は，左上，右上，左下，右下の数のうち，ある2つの数の和の2倍であることがわかります。

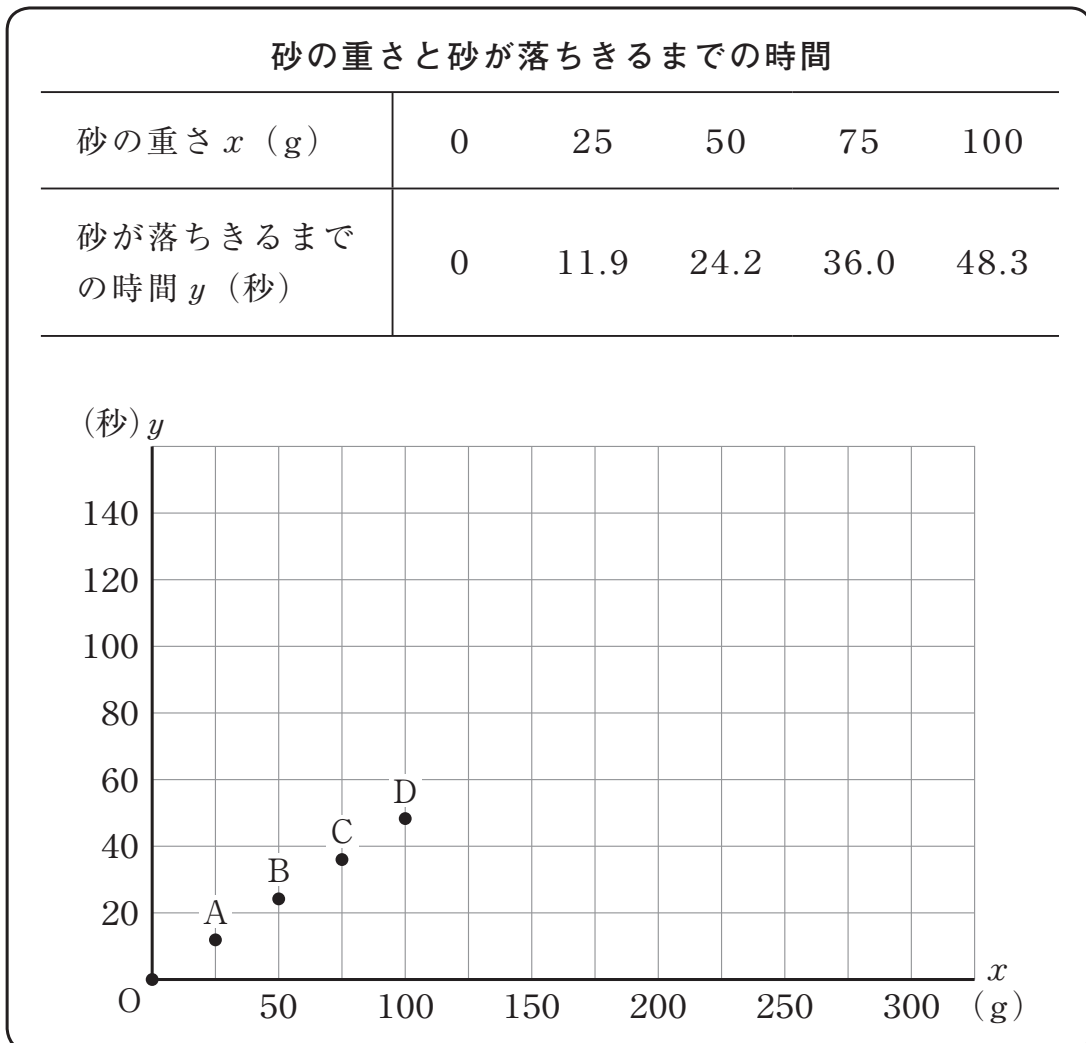
四角で囲んだ4つの数の和は，どの位置にある2つの数の和の2倍ですか。「 は，……である。」という形で書きなさい。

7 学級委員の健斗さんは、2分間スピーチの時間をはかるための砂時計をペットボトルで作ることにしました。その砂時計は、ペットボトルに砂を入れ、砂を通すための穴をあけた厚紙をペットボトルの間にはさんで作ります。

健斗さんは、ペットボトルに入れる砂の重さを決めると、砂が落ちきるまでの時間が決まると考えました。そこで、砂の重さが x g のときに、砂が落ち始めてから落ちきるまでの時間を y 秒として調べ、その結果を、次のように表にまとめ、下のグラフに表しました。



調べた結果



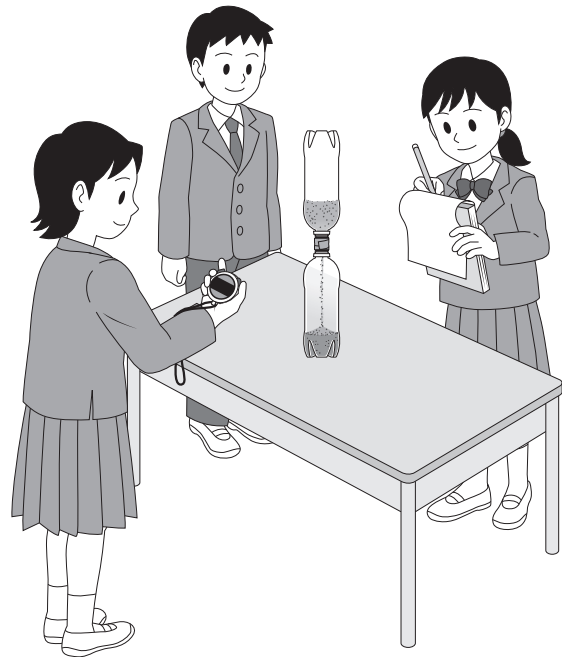
次の(1), (2)の各問いに答えなさい。

- (1) 調べた結果のグラフにおいて, 砂の重さが75gのときに, 砂が落ちきるまでの時間が36.0秒であったことを表す点はどれですか。点Aから点Dまでの中から記号を1つ書きなさい。

- (2) 健斗さんは, 2分をはかるために, 砂時計に必要な砂の重さを調べます。

そこで, 調べた結果のグラフにおいて, 原点Oから点Dまでの点が一直線上にあるとし, 砂の重さが増えてもすべての点が同じ直線上にあると考えることにしました。

このとき, 2分をはかるために必要な砂の重さを求める方法を説明しなさい。ただし, 実際に必要な砂の重さを求める必要はありません。



- 8 桃花さんは、5月にA市のキャンプ場に行くことになりました。キャンプの準備をするために、キャンプ場の過ごしやすさについて、気候に着目し、A市の昨年5月の最高気温、最低気温、日照時間、最大瞬間風速、降水量をインターネットで調べました。さらに、調べた最高気温から最低気温をひいて気温差を求め、下の表のようにまとめました。

調べたこと

日付	最高 気温 (℃)	最低 気温 (℃)	気温差 (℃)	日照 時間 (時間)	最大瞬 間風速 (m/秒)	降水量 (mm)
1日	20.9	6.9	14.0	5.8	7.4	0.0
2日	25.9	9.1	16.8	12.0	7.3	0.0
3日	27.3	12.8	14.5	10.3	8.2	0.0
4日	20.3	11.8	8.5	2.5	9.5	0.0
5日	23.5	9.4	14.1	9.9	11.9	0.5
6日	13.2	5.5	7.7	0.1	8.7	2.0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
31日	20.9	9.2	11.7	2.2	9.1	0.0

○日照時間とは、1日のうちで、日光によってものの影ができた時間の合計のこと。

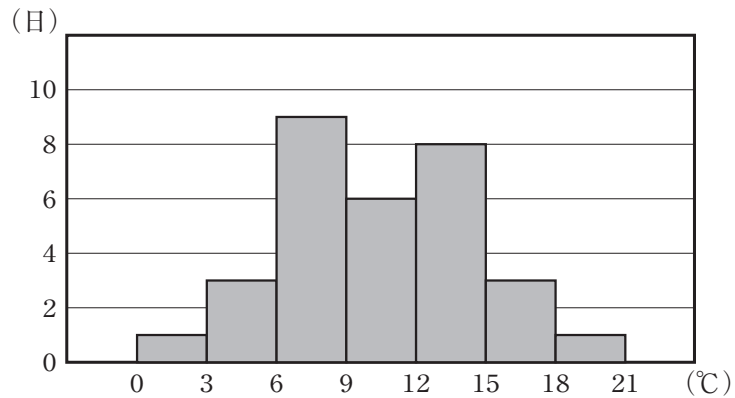
次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 桃花さんは、前ページの調べたこと

気温差の範囲(°C)	日数
0以上3未満	1
3以上6未満	3
6以上9未満	9
9以上12未満	6
12以上15未満	8
15以上18未満	3
18以上21未満	1

の表から、気温差が大きい日や小さい日があることが気になり、気温差の分布のようすを、次のヒストグラムにまとめました。例えば、気温差が3°C以上6°C未満の日が3日あったことを表しています。

気温差のヒストグラム



気温差が9°C以上12°C未満の階級の度数を求めなさい。

(2) 桃花さんは、14ページの気温差のヒストグラムを見て、6℃以上9℃未満の階級と12℃以上15℃未満の階級の度数が多く、山が2つあるように見えることが気になりました。13ページの調べたことの表を見直したところ、日照時間が長い日は、気温差が大きい傾向にあるのではないかと考えました。そこで、日照時間が6時間未満の日と6時間以上の日で分けてまとめた気温差について、それぞれの階級の相対度数を求め、度数分布表に表しました。

気温差の度数分布表

気温差(℃)	6時間未満		6時間以上	
	度数(日)	相対度数	度数(日)	相対度数
以上 未満 0 ~ 3	1	0.05	0	0.00
3 ~ 6	3	0.16	0	0.00
6 ~ 9	9	0.47	0	0.00
9 ~ 12	4	0.21	2	0.17
12 ~ 15	2	0.11	6	0.50
15 ~ 18	0	0.00	3	0.25
18 ~ 21	0	0.00	1	0.08
合計	19	1.00	12	1.00

上の気温差の度数分布表のように、2つの分布の傾向を比べるために相対度数を用いるのは、次のページのような考えが使われているからです。

2つの分布の傾向を比べるために相対度数を用いるのは、日照時間が「6時間未満」と「6時間以上」の が違うからです。

上の に当てはまる言葉として正しいものを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

ア 日照時間

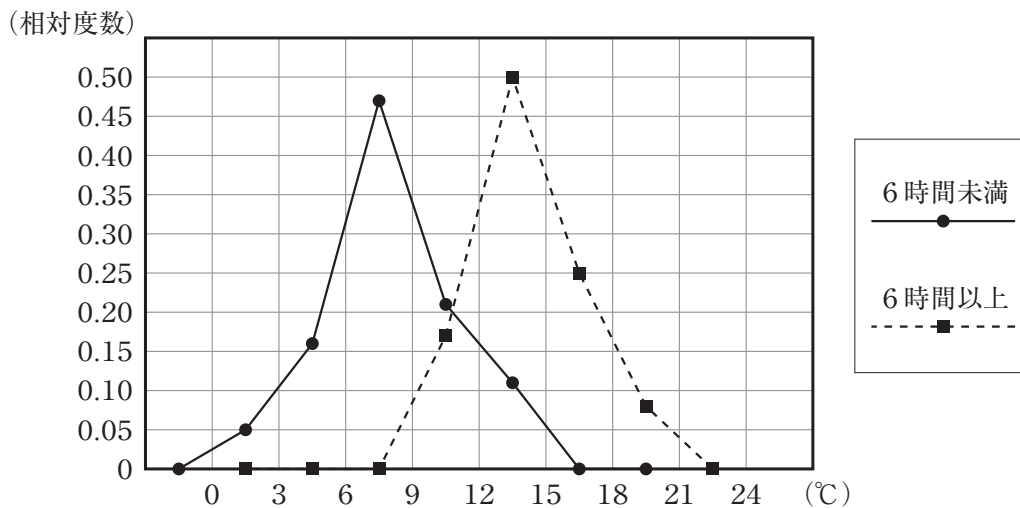
イ 気温差

ウ 階級ごとの度数

エ 度数の合計

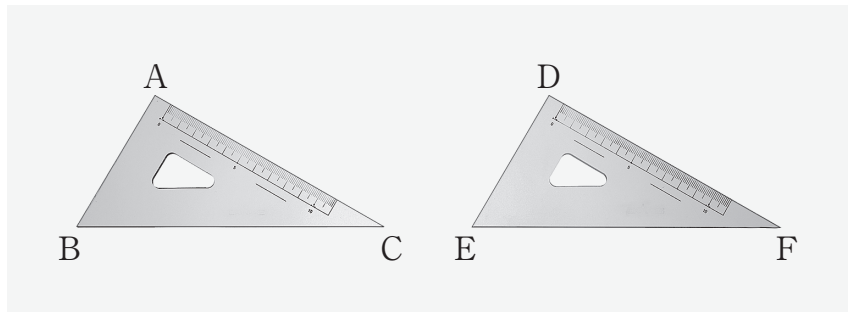
(3) 桃花さんは、前ページの気温差の度数分布表をもとに、横軸を気温差、縦軸を相対度数として度数分布多角形(度数折れ線)に表しました。

気温差の度数分布多角形



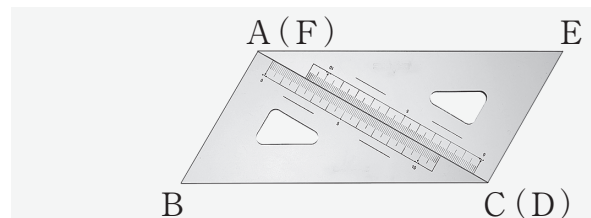
気温差の度数分布多角形から、「日照時間が6時間以上の日は、6時間未満の日より気温差が大きい傾向にある」と主張することができます。そのように主張することができる理由を、気温差の度数分布多角形の2つの度数分布多角形の特徴を比較して説明しなさい。

- 9 30°, 60°, 90°の同じ三角定規を2つ用意し, それぞれ $\triangle ABC$, $\triangle DEF$ とします。直輝さんと由衣さんは, この2つの三角定規を組み合わせてできる四角形について考えることにしました。



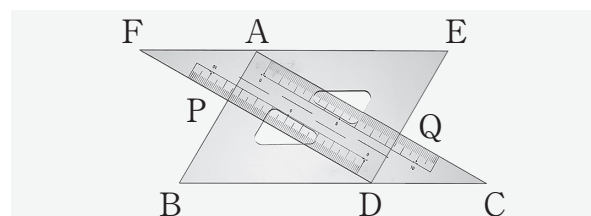
二人は, 2つの三角定規を右の図1のように, 点Aと点F, 点Cと点Dが重なるように並べました。このとき, 四角形ABCEができます。

図1



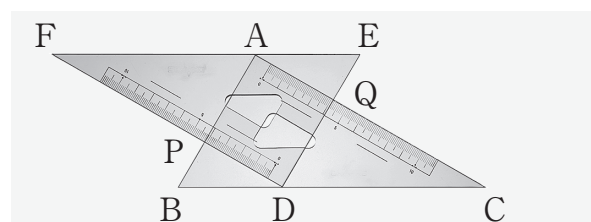
次に, 図2のように, 点Dが辺BC上にあり, 辺EFが辺BCと平行になるように, $\triangle DEF$ を $\triangle ABC$ に重ねました。辺ABと辺FD, 辺EDと辺ACの交点をそれぞれ点P, Qとすると, 四角形APDQができます。

図2



そして, 図3のように, 点Dが辺BC上にあり, 辺EFが辺BCと平行になるように, $\triangle DEF$ を左に動かしました。

図3



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 二人は、前ページの図1の四角形ABCEが平行四辺形になると予想し、予想が成り立つことを示すために、次の図4をかきました。

図4

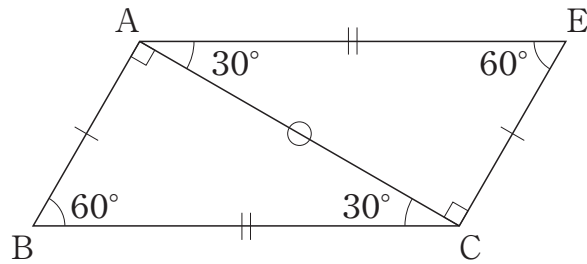


図4において、 $\triangle ABC$ と $\triangle CEA$ は合同なので、対応する辺の長さや角の大きさが等しいことがわかります。

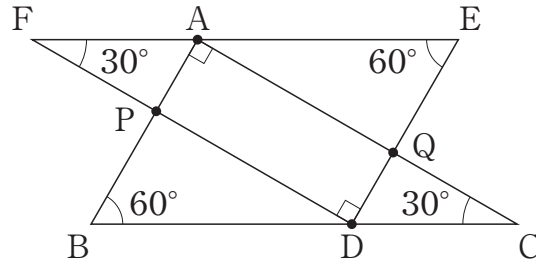
このことから、四角形ABCEが平行四辺形になることは、平行四辺形になるための条件を用いて説明できます。下のア、イのどちらかを選び、選んだ条件を用いて説明しなさい。ア、イのどちらを選んで説明してもかまいません。

ア 2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は、平行四辺形である。

イ 2組の向かい合う角がそれぞれ等しい四角形は、平行四辺形である。

(2) 二人は、17ページの図2，図3のように、2つの三角定規が重なったところのできる四角形APDQが長方形になると予想し、予想が成り立つことを示すために、次のような図5をかきました。

図5



4つの角がすべて等しい四角形は、長方形になります。四角形APDQについて、 $\angle PAQ = \angle PDQ = 90^\circ$ より、 $\angle APD = 90^\circ$ がいえれば、 $\angle AQD = 90^\circ$ となり、四角形APDQは長方形になります。

そこで、直輝さんは、 $\angle APD = 90^\circ$ になることについて、次のように考えました。

直輝さんの考え

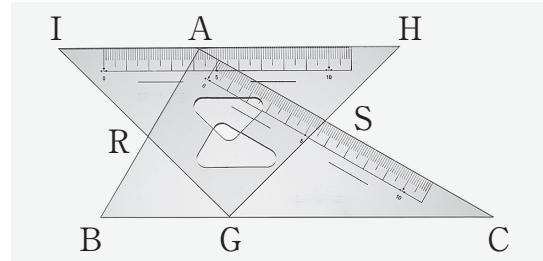
- ① $\angle APD$ は $\triangle AFP$ の外角だから、 $\angle AFP$ と $\angle FAP$ の和に等しい。
- ② 2直線FE，BCに直線ABが交わってできる角のうち、錯角である $\angle FAP$ と $\angle PBD$ は等しくなることから、 $\angle FAP = \angle PBD = 60^\circ$ になる。
- ③ ①，②より、
 $\angle APD = \angle AFP + \angle FAP = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$ になり、
 $\angle APD = 90^\circ$ といえそうだ。

直輝さんの考えの②で、錯角である $\angle FAP$ と $\angle PBD$ は等しくなるといえるのは、直線FEと直線BCに、ある関係が成り立っているからです。その関係を記号を使って表しなさい。

(3) 二人は、左に動かす三角定規を、斜辺を底辺としたときの高さが $\triangle ABC$ と等しい $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ の三角定規に変えて、重なったところにできる四角形について考えることにしました。

右の図6のように、 $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ の三角定規を $\triangle GHI$ とし、辺 AB と辺 IG 、辺 HG と辺 AC の交点をそれぞれ点 R 、 S とすると、四角形 $ARGS$ ができます。

図6



点 G が辺 BC 上にあり、辺 HI が辺 BC と平行になるように、 $\triangle GHI$ を左に動かしたとき、二人は、四角形 $ARGS$ が長方形にならないと考え、次のような図7、図8をかきました。

図7

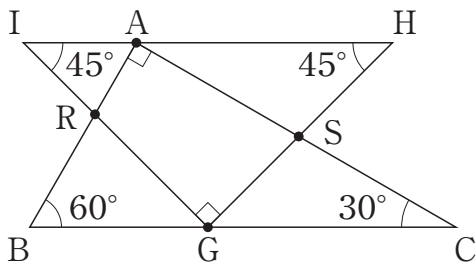
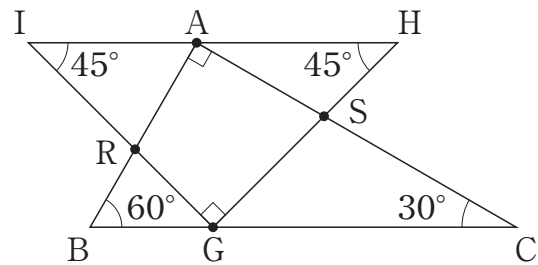


図8



二人は、図7、図8で、四角形 $ARGS$ が長方形にならないことから、四角形 $ARGS$ がどんな四角形になるか話し合っています。

直輝さん「 $\triangle GHI$ を動かすと四角形 $ARGS$ の4つの辺の長さはそれぞれ長くなったり短くなったりするよ。角の大きさはどうなるかな。」

由衣さん「 $\angle RAS$ と $\angle RGS$ の大きさはそれぞれ 90° で変わらないね。 $\angle ARG$ と $\angle ASG$ の大きさはどうかな。」

$\triangle GHI$ を動かしても、四角形 $ARGS$ の $\angle ARG$ と $\angle ASG$ の和はいつでも 180° になります。このほかに、 $\angle ARG$ 、 $\angle ASG$ の大きさについて、いつでもいえることを書きなさい。

これで数学の問題は終わりです。

