数　学　I

（全　問　必　答）

第1問　（配点　25）

〔1〕 a を実数とする。

$9a^2-6a+1=\left(\boxed{\text{ア}}\,a-\boxed{\text{イ}}\right)^2$ である。次に

$$A=\sqrt{9a^2-6a+1}+|a+2|$$

とおくと

$$A=\sqrt{\left(\boxed{\text{ア}}\,a-\boxed{\text{イ}}\right)^2}+|a+2|$$

である。

次の三つの場合に分けて考える。

- $a>\dfrac{1}{3}$ のとき，$A=\boxed{\text{ウ}}\,a+\boxed{\text{エ}}$ である。
- $-2\leqq a\leqq\dfrac{1}{3}$ のとき，$A=\boxed{\text{オカ}}\,a+\boxed{\text{キ}}$ である。
- $a<-2$ のとき，$A=-\boxed{\text{ウ}}\,a-\boxed{\text{エ}}$ である。

（数学I第1問は次ページに続く。）

(1) $a = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$ のとき，$A = \sqrt{\boxed{\text{ク}}} + \boxed{\text{ケ}}$ である。

(2) $-2 \leqq a \leqq \dfrac{1}{3}$ のとき，A のとり得る値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \leqq A \leqq \boxed{\text{シ}}$$

である。

(3) $A = 2a + 13$ となる a の値は

$$\boxed{\text{ス}},\quad \frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

〔2〕 二つの自然数 m, n に関する三つの条件 p, q, r を次のように定める。

p : m と n はともに奇数である

q : $3mn$ は奇数である

r : $m+5n$ は偶数である

また，条件 p の否定を $\overline{p}$ で表す。

(1) 次の $\boxed{\text{チ}}$, $\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～②のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

二つの自然数 m, n が条件 $\overline{p}$ を満たすとする。このとき，m が奇数ならば n は $\boxed{\text{チ}}$ 。また，m が偶数ならば n は $\boxed{\text{ツ}}$ 。

⓪ 偶数である

① 奇数である

② 偶数でも奇数でもよい

(数学Ⅰ第1問は次ページに続く。)

(2) 次の $\boxed{\text{テ}}$，$\boxed{\text{ト}}$，$\boxed{\text{ナ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

p は q であるための $\boxed{\text{テ}}$。

p は r であるための $\boxed{\text{ト}}$。

$\overline{p}$ は r であるための $\boxed{\text{ナ}}$。

⓪ 必要十分条件である

① 必要条件であるが，十分条件ではない

② 十分条件であるが，必要条件ではない

③ 必要条件でも十分条件でもない

第 2 問 （配点　25）

a と b はともに正の実数とする。x の 2 次関数

$$y = x^2 + (2a - b)x + a^2 + 1$$

のグラフを G とする。

(1) グラフ G の頂点の座標は

$$\left(\frac{b}{\boxed{\text{ア}}} - a, \quad -\frac{b^2}{\boxed{\text{イ}}} + ab + \boxed{\text{ウ}} \right)$$

である。

(2) グラフ G が x 軸と共有点をもつとき，b のとり得る値の範囲は

$$b \geqq \boxed{\text{エ}}\,a + \boxed{\text{オ}}\sqrt{a^2 + \boxed{\text{カ}}}$$

である。

（数学 I 第 2 問は次ページに続く。）

(3) グラフ G が x 軸に接し，かつ $a=\sqrt{3}$ のとき

$$b=\boxed{\text{キ}}+\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$$

であり，グラフ G と x 軸との接点の x 座標は $\boxed{\text{コ}}$ である。このとき，$0 \leqq x \leqq \sqrt{3}$ において，y の最大値は $\boxed{\text{サ}}$ であり，y の最小値は

$$\boxed{\text{シ}}-\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

(4) グラフ G が点 $(-1,\ 6)$ を通るとき，b のとり得る値の最大値は $\boxed{\text{ソ}}$ であり，そのときの a の値は $\boxed{\text{タ}}$ である。

$b=\boxed{\text{ソ}}$，$a=\boxed{\text{タ}}$ のとき，グラフ G は2次関数 $y=x^2$ のグラフを x 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$，$y$ 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ だけ平行移動したものである。

数学Ⅰ

第3問　(配点　30)

$\triangle$ABCにおいて，AB $= 2\sqrt{2}$，AC $= \sqrt{5}$，$\angle$ABC $= 45°$とする。このとき

$$BC = \boxed{\text{ア}} \quad \text{または} \quad BC = \boxed{\text{イ}}$$

である。ただし，$\boxed{\text{ア}} < \boxed{\text{イ}}$とする。以下，BC $= \boxed{\text{イ}}$の場合を考える。

(1)　点Cから辺ABに下ろした垂線と辺ABとの交点をDとすると

$$BD = \frac{\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。また，$\triangle$ADCの外接円と辺BCとの交点で点Cとは異なる点をEとすると，$\angle$AEB $= \boxed{\text{カキ}}°$であるから，BE $= \boxed{\text{ク}}$である。

(数学Ⅰ第3問は次ページに続く。)

(2) △ABC の外接円の中心を O とすると，$BO = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

次の $\boxed{\text{シ}}$ には下の⓪～③から，$\boxed{\text{タ}}$ には下の④～⑦から当てはまるものを一つずつ選べ。

△BDE と△BCA において，$\dfrac{BE}{BA} = \dfrac{BD}{BC}$ であり，∠ABC は共通であるから

$$\angle BCA = \angle\boxed{\text{シ}}, \quad DE = \frac{\sqrt{\boxed{\text{スセ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

直線 BO と△ABC の外接円との交点で点 B とは異なる点を P とすると，$\angle ACP = \angle\boxed{\text{タ}}$ である。

⓪ BED	① BDE	② BOA	③ BAC
④ ADC	⑤ CAP	⑥ AOP	⑦ ABP

また，$\angle BCP = \boxed{\text{チツ}}^\circ$ である。

したがって，線分 BP と線分 DE との交点を Q とすると，

$\angle BCA + \angle ACP = \angle BCP$ であることから，$\angle BQD = \boxed{\text{テト}}^\circ$ であることがわかる。よって，△BOD の面積と△BOE の面積の和は $\dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ である。

第4問 （配点　20）

全国各地の気象台が観測した「ソメイヨシノ(桜の種類)の開花日」や，「モンシロチョウの初見日(初めて観測した日)」，「ツバメの初見日」などの日付を気象庁が発表している。気象庁発表の日付は普通の月日形式であるが，この問題では該当する年の1月1日を「1」とし，12月31日を「365」(うるう年の場合は「366」)とする「年間通し日」に変更している。例えば，2月3日は，1月31日の「31」に2月3日の3を加えた「34」となる。

(1)　図1は全国48地点で観測しているソメイヨシノの2012年から2017年までの6年間の開花日を，年ごとに箱ひげ図にして並べたものである。

図2はソメイヨシノの開花日の年ごとのヒストグラムである。ただし，順番は年の順に並んでいるとは限らない。なお，ヒストグラムの各階級の区間は，左側の数値を含み，右側の数値を含まない。

次の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを，図2の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。

- 2013年のヒストグラムは $\boxed{\text{ア}}$ である。
- 2017年のヒストグラムは $\boxed{\text{イ}}$ である。

(数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

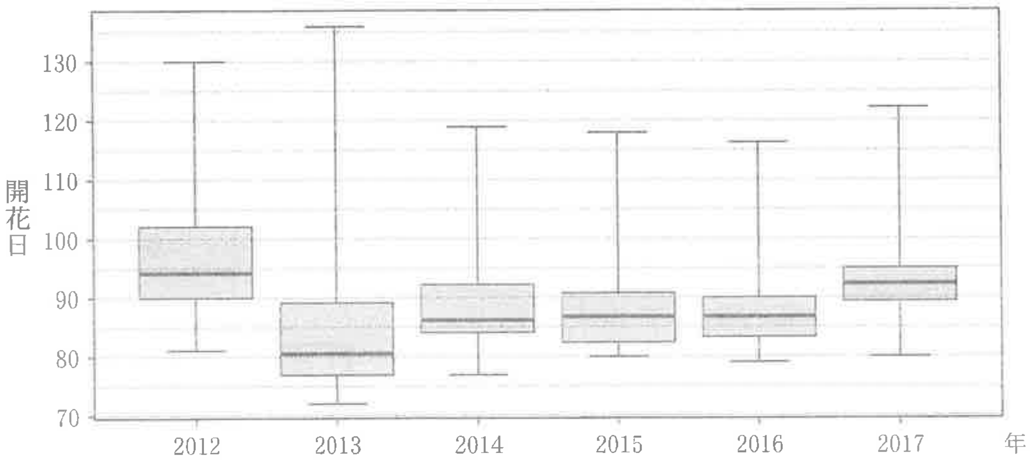

図 1　ソメイヨシノの開花日の年別の箱ひげ図

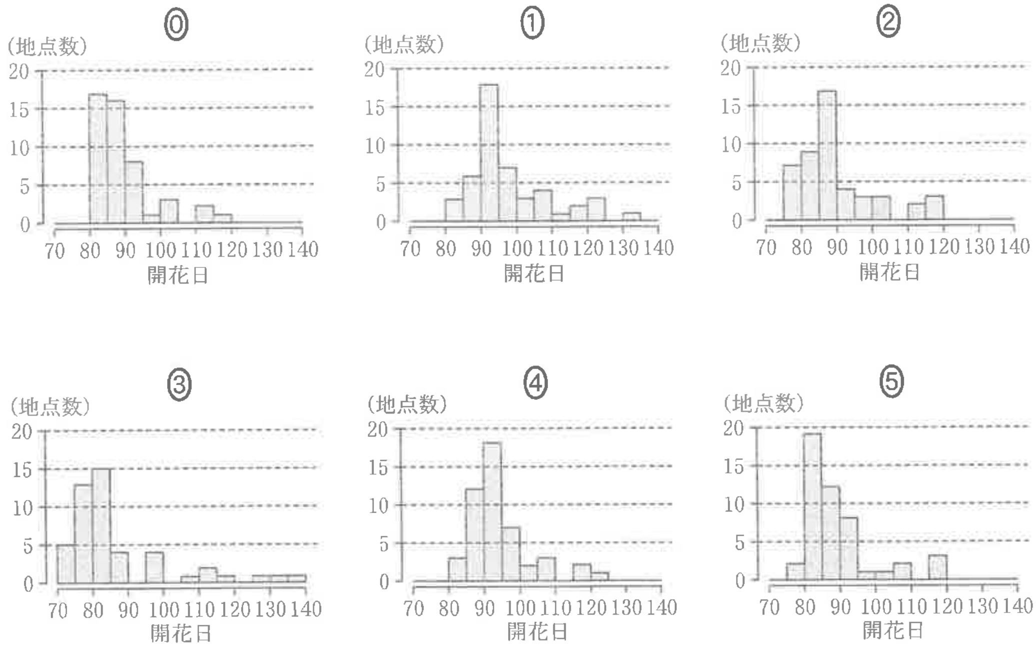

図 2　ソメイヨシノの開花日の年別のヒストグラム

(出典：図 1，図 2 は気象庁「生物季節観測データ」Web ページにより作成)

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

(2) ソメイヨシノの開花日は北海道地区では3地点で，南九州地区でも3地点で観測されている。図3は図1の箱ひげ図にこれら6地点の開花日を折れ線グラフで付け加えたものである。

次の $\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～④のうちから一つ選べ。

図3から読み取れることとして正しいものは，$\boxed{\text{ウ}}$ である。

⓪ 全国の開花日の範囲はどの年も15日以下である。

① 北海道地区で一番遅い開花日と南九州地区で一番早い開花日の差はどの年も60日以下である。

② 南九州地区のすべての地点において，開花日はどの年も第1四分位数以下の日である。

③ 南九州地区のすべての地点において，開花日はどの年も中央値以下の日である。

④ 北海道地区のすべての地点において，開花日はどの年も第3四分位数以上の日である。

(数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

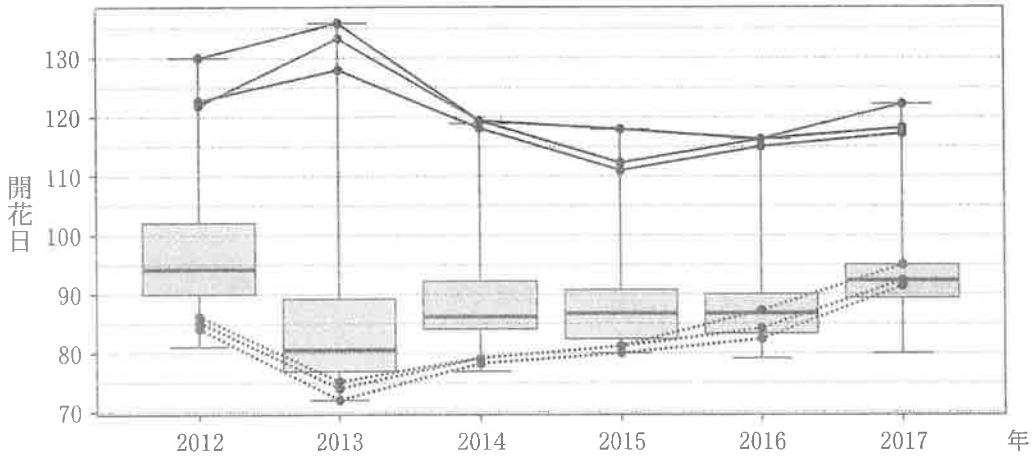

図3　ソメイヨシノの開花日の箱ひげ図と，北海道地区(実線)と
南九州地区(点線)の各地点の開花日の折れ線グラフ

(出典：気象庁「生物季節観測データ」Webページにより作成)

(数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

(3) 図4と図5は，モンシロチョウとツバメの両方を観測している41地点における，2017年の初見日の箱ひげ図と散布図である。散布図の点には重なった点が2点ある。なお，散布図には原点を通り傾き1の直線(実線)，切片が-15および15で傾きが1の2本の直線(破線)を付加している。

次の エ ， オ に当てはまるものを，下の⓪～⑦のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

図4，図5から読み取れることとして**正しくないもの**は， **エ** ，

オ である。

⓪ モンシロチョウの初見日の最小値はツバメの初見日の最小値と同じである。
① モンシロチョウの初見日の最大値はツバメの初見日の最大値より大きい。
② モンシロチョウの初見日の中央値はツバメの初見日の中央値より大きい。
③ モンシロチョウの初見日の四分位範囲はツバメの初見日の四分位範囲の3倍より小さい。
④ モンシロチョウの初見日の四分位範囲は15日以下である。
⑤ ツバメの初見日の四分位範囲は15日以下である。
⑥ モンシロチョウとツバメの初見日が同じ所が少なくとも4地点ある。
⑦ 同一地点でのモンシロチョウの初見日とツバメの初見日の差は15日以下である。

(数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

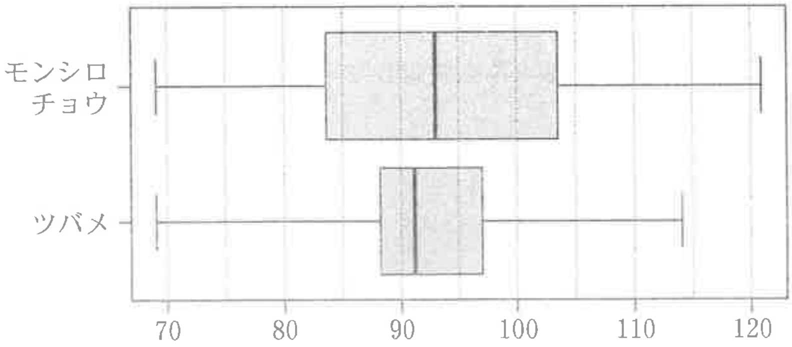

図4　モンシロチョウとツバメの初見日(2017年)の箱ひげ図

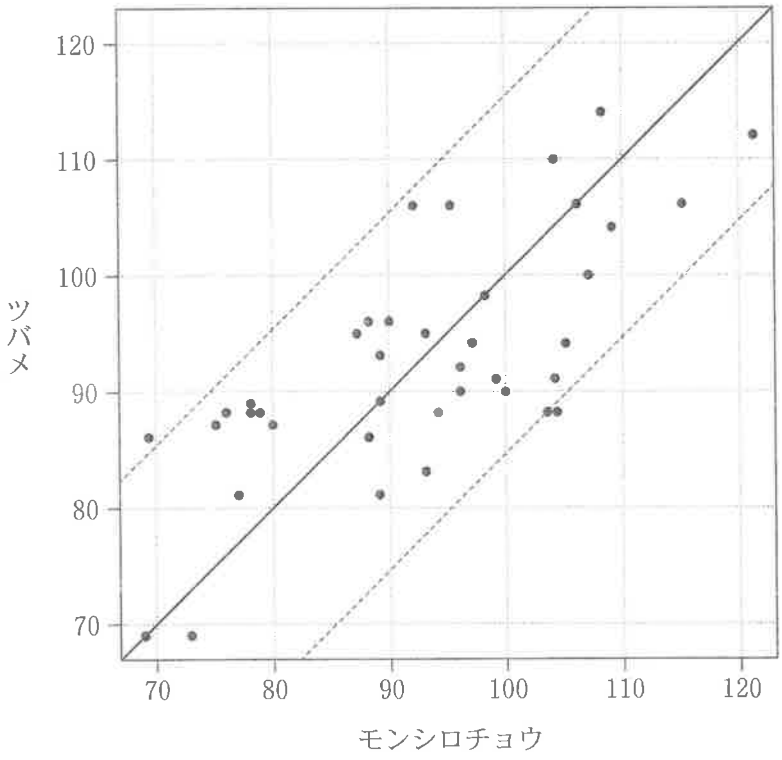

図5　モンシロチョウとツバメの初見日(2017年)の散布図

(出典：図4，図5は気象庁「生物季節観測データ」Webページにより作成)

(数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

(4) 一般に n 個の数値 x_1, x_2, …, x_n からなるデータ X の平均値を $\overline{x}$, 分散を s^2, 標準偏差を s とする。各 x_i に対して

$$x_i' = \frac{x_i - \overline{x}}{s} \quad (i = 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

と変換した x_1', x_2', …, x_n' をデータ X' とする。ただし, $n \geqq 2$, $s > 0$ とする。

次の $\boxed{\text{カ}}$, $\boxed{\text{キ}}$, $\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを, 下の⓪～⑧のうちから一つずつ選べ。ただし, 同じものを繰り返し選んでもよい。

- X の偏差 $x_1 - \overline{x}$, $x_2 - \overline{x}$, …, $x_n - \overline{x}$ の平均値は $\boxed{\text{カ}}$ である。
- X' の平均値は $\boxed{\text{キ}}$ である。
- X' の標準偏差は $\boxed{\text{ク}}$ である。

⓪ 0　① 1　② -1　③ $\overline{x}$　④ s

⑤ $\dfrac{1}{s}$　⑥ s^2　⑦ $\dfrac{1}{s^2}$　⑧ $\dfrac{\overline{x}}{s}$

図5で示されたモンシロチョウの初見日のデータ M とツバメの初見日のデータ T について上の変換を行ったデータをそれぞれ M', T' とする。

次の $\boxed{\text{ケ}}$ に当てはまるものを, 図6の⓪～③のうちから一つ選べ。

変換後のモンシロチョウの初見日のデータ M' と変換後のツバメの初見日のデータ T' の散布図は, M' と T' の標準偏差の値を考慮すると $\boxed{\text{ケ}}$ である。

(数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

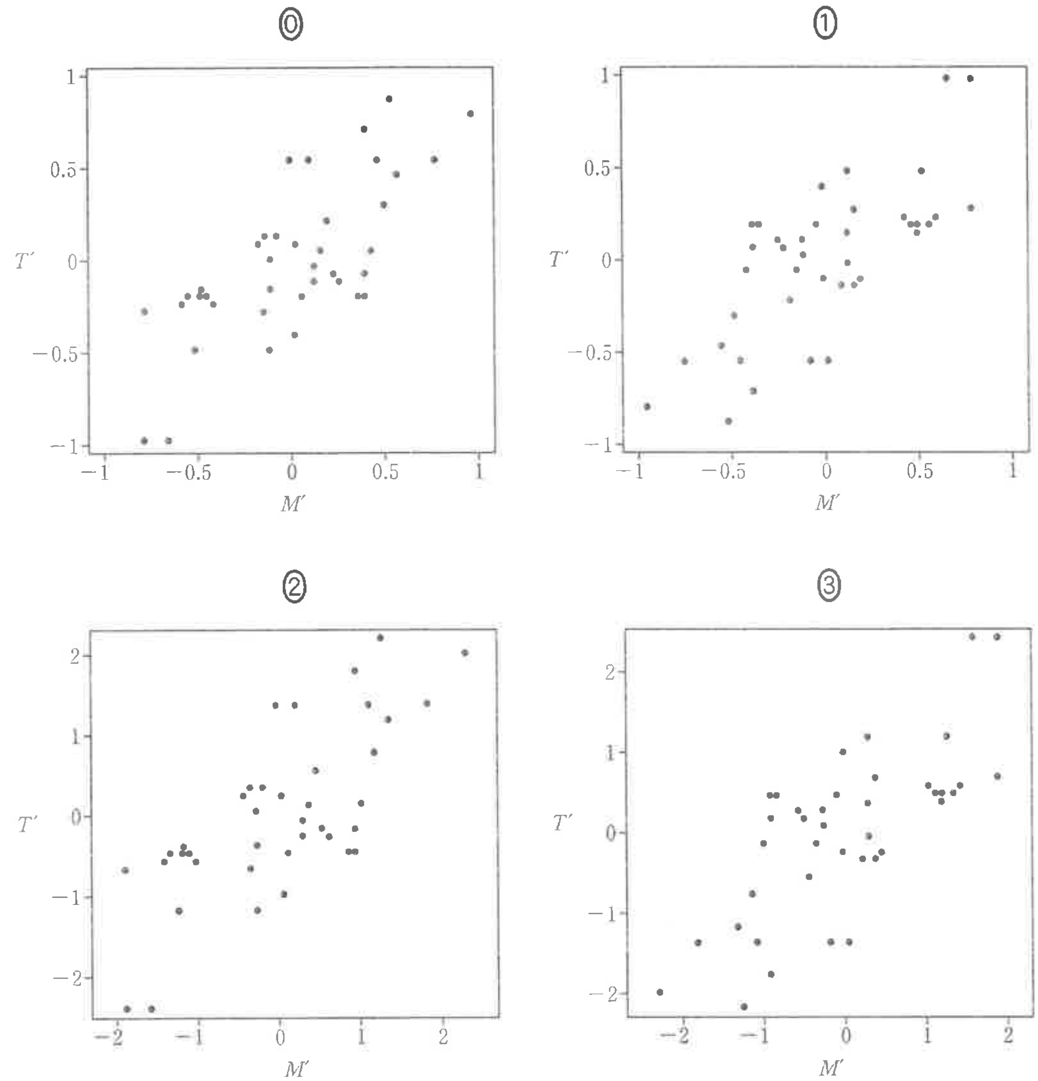

図6　四つの散布図

（数学Ⅰ第4問は次ページに続く。）

(5) 表1は，(3)で説明した2017年のモンシロチョウの初見日のデータMとツバメの初見日のデータTについて，平均値，標準偏差および共分散を計算したものである。ただし，MとTの共分散は，Mの偏差とTの偏差の積の平均値である。なお，表1の数値は四捨五入していない正確な値とする。

表1　平均値，標準偏差および共分散

Mの平均値	Tの平均値	Mの標準偏差	Tの標準偏差	MとTの共分散
92.5	92.6	12.4	9.78	87.9

次の $\boxed{\text{コ}}$ に当てはまる数値として最も近いものを，下の⓪～⑨のうちから一つ選べ。

モンシロチョウとツバメの初見日のデータにおいて，MとTの相関係数は，$\boxed{\text{コ}}$ である。

⓪ 0.085　① 0.714　② 0.719　③ 0.725　④ 0.734
⑤ 0.851　⑥ 7.14　⑦ 7.19　⑧ 7.25　⑨ 7.34

（下 書 き 用 紙）

（下 書 き 用 紙）